

М.І. ПИЛИПЕЦЬ, І.Б. ГЕВКО, Р.Я. ЛЕЩУК, В.З. ГУДЬ

## ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОЦЕСУ ВИГОТОВЛЕННЯ ГВИНТОВОЇ ЗАГОТОВКИ

© Пилипець М.І., Гевко І.Б., Лещук Р.Я., Гудь В.З., 2003

*Method of screw billet manufacturing process optimization has been suggested in the article. Algorithm of technical process optimum parameters determines the successive selection of computation schemes and limitation functions with further transfer to computation scheme with limited unperformed restrictions. Analytical dependences for determination of constructive and technological parameters of screw billet manufacturing are developed on the basis of all limitation functions variants.*

Проектування нових та вдосконалення існуючих технологічних процесів завжди багатоваріантне [1]. Тому одним з основних завдань, яке стоїть перед розробником технології, є забезпечення для заданих конкретних умов виробництва випуску продукції необхідної якості, мінімальної собівартості при найбільшій продуктивності.

Вирішення таких завдань є досить складним. Насамперед це пояснюється відсутністю в технічній літературі глибоких теоретичних досліджень з оптимізації технологічних процесів обробки деталей як складової частини усього виробничого процесу, тобто відсутністю необхідного математичного забезпечення для розв'язання цього завдання. Тому розробка теоретичних основ оптимізації технології виготовлення деталей є актуальним завданням.

За критерій якості при оптимізації параметрів заготовки виберемо комплексну величину, яка має такі складові:

$$F = \alpha_1 m + \alpha_2 w + \frac{\alpha_3 T_0}{L_{\text{дет}}}, \quad (1)$$

де  $m$  – зведена матеріаломісткість заготовки одиничної довжини деталі;  $w$  – енерговитрати на виготовлення деталі одиничної довжини;  $T_0$  – основний час виготовлення деталі;  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  – коефіцієнти вагомості кожної з складових, приймаються за вартістю матеріалу, енерговитрат та машино- і людиногодин праці чи при врахуванні особливостей технологічних процесів, згідно з методом експертних оцінок;  $L_{\text{дет}}$  – довжина деталі.

Зведена матеріаломісткість заготовки визначається за залежністю

$$m = \pi \gamma \frac{D^2 - d^2}{4} \frac{L_{\text{заг}}}{L_{\text{дет}}} = \frac{\pi \gamma (2RB + B^2) L_3}{L_{\text{дет}}}, \quad (2)$$

де  $D$  та  $d$  – зовнішній та внутрішній діаметри заготовки;  $r$  – радіус оправы;  $B$  та  $L_{\text{заг}}$  – ширина та довжина заготовки;  $\gamma$  – густина матеріалу заготовки.

Основний час обробки деталі одиничної довжини відповідає часу проходження відповідної заготовки через подаючий пристрій:

$$\frac{T_0}{L_{\text{дет}}} = \frac{(L_{\text{заг}} - \Delta L)}{V_{\text{заг}} L_{\text{дет}}} = \frac{(L_{\text{заг}} - \Delta L)}{\omega L_{\text{дет}} \sqrt{(r + B)r}}, \quad (3)$$

де  $\Delta L$  – частина заготовки, що витрачається на защемлення кінця;  $V_{\text{заг}}$  – швидкість подачі заготовки в обтискний ролик;  $\omega$  – кутова швидкість обертання оправы.

Зведені енерговитрати  $w$  визначаються за залежністю:

$$w = \frac{NT_0}{L_{дет}} = \frac{kB^2 H (L_3 - \Delta L) \left( \sigma_{T_0} + \Pi \ln \sqrt{\frac{r+B}{r}} \right)}{4L_{дет} \sqrt{(r+B)r}}, \quad (4)$$

де  $N$  – потужність навівання,  $N = M\omega$ ;  $k$  – коефіцієнт, що залежить від радіуса згину та відносної товщини заготовки;  $H$  – товщина заготовки;  $\sigma_{T_0}$  та  $\Pi$  – відповідно екстрапольована границя плинності та модуль зміцнення матеріалу заготовки.

Відповідно цільову функцію можна записати у вигляді:

$$F = \alpha_1 \frac{\pi \gamma (2RB + B^2) L_{заг}}{L_{дет}} + \alpha_2 \frac{(L_{заг} - \Delta L)}{\omega L_{дет} \sqrt{(r+B)r}} + \alpha_3 \frac{kHB^2 (L_3 - \Delta L) \left( \sigma_{T_0} + \Pi \ln \sqrt{\frac{r+B}{r}} \right)}{L_{дет} \sqrt{(r+B)r}}. \quad (5)$$

Вплив інших чинників визначається з наведених залежностей. За незалежні змінні при оптимізації процесу навівання приймемо параметри:

$$x_1 = B; \quad x_2 = H; \quad x_3 = r; \quad x_4 = \omega; \quad x_5 = S_t; \quad x_6 = L,$$

тобто ширину  $B$  та товщину  $H$  заготовки, радіус оправки  $r$  та кутову швидкість її обертання під час навівання  $\omega$ , подачу на крок  $S_t$  та довжину заготовки  $L$ .

За технологічні обмеження приймемо:

1. Стійкість смуги при формоутворенні буде при збереженні співвідношення

$$\frac{B}{H} < b_H, \quad (6)$$

де  $b_H$  – відносна гранична висота профілю,  $b_H = 15$ .

2. Допустимий коефіцієнт нерівномірності витягування не повинен перевищувати встановленої величини [4], обумовленої відносним видовженням  $\delta_s$  при стандартному випробуванні:

$$\psi = \frac{L_2}{L_1} = \frac{r+B}{r} < \psi_{доп}, \quad (7)$$

де  $\psi_{доп}$  – коефіцієнт нерівномірності витягування від матеріалу при навіванні,  $\psi_{доп} = 1 + 2\delta_s$ .

3. Подача супорта на крок  $S_t$  повинна бути не більшою від максимальної товщини стрічки:

$$S_t < H \sqrt{\frac{r+B}{r}}. \quad (8)$$

4. Подача супорта на крок повинна бути більшою від товщини стрічки із величиною мінімального зазора [2]:

$$S_t > H + \Delta H_{\min}. \quad (9)$$

5. Швидкість навівання стрічки обмежується допустимим значенням  $V_{\max}$ , встановленим експериментально,  $V_{\max} = 1 \frac{м}{сек}$ :

$$\omega \sqrt{(r+B)r} \leq V_{\max}. \quad (10)$$

Конструктивні обмеження накладаються на параметри технологічного процесу, виходячи із необхідних розмірів сформованої заготовки.

6. За зовнішнім діаметром заготовки:

$$2(r+B) < D_d + \delta_3 = D'_d, \quad (11)$$

де  $D_d$  – діаметр деталі;  $\delta_3$  – припуск на обробку, що включає величину відпружинення та допуски.

7. За мінімальною кількістю витків в заготовці і з умови забезпечення функціонального призначення:

$$\frac{L_{\text{дет}} \sqrt[4]{r}}{H \sqrt[4]{(r+B)}} = \frac{L_3 - \Delta L_3}{2\pi \sqrt{(r+B)r}} > n_{\min}, \quad (12)$$

де  $n_{\min}$  – мінімальна кількість витків в заготовці.

8. За довжиною деталі  $L_{\text{дет}}$ :

$$\begin{aligned} H_{\max} \cdot \frac{L_3 - \Delta L_3}{2\pi r_{\text{ср}}} &\geq L_{\text{дет}}, \\ \frac{H(L_3 - \Delta L_3)}{2\pi \sqrt[4]{r^3(r+B)}} &\geq L_{\text{дет}}, \end{aligned} \quad (13)$$

де  $\Delta L_3$  – технологічний припуск на обробку кінців заготовки (початковий підзатиск та вільний кінець).

9. Обмеження за внутрішнім діаметром заготовки:

$$r < \frac{d}{2} - \frac{\delta_d}{2}, \quad (14)$$

де  $\delta_d$  – припуск на обробку з врахуванням величини відпружинення.

Обмеження на міцнісні властивості заготовки будуть такими.

10. Умова на забезпечення згинної міцності витка від нерівномірності моменту навантаження між витками:

$$\sigma = \frac{\Delta M G}{B^2 H} \leq [\sigma], \quad (15)$$

де  $\Delta M$  – максимальна зміна моменту навантаження на довільних сусідніх витках;  $[\sigma]$  – допустимі навантаження між сусідніми витками.

11. Умова забезпечення стійкості пакета при технологічному навантаженні [4]:

$$\frac{H^3 \sqrt{2rB + B^2}}{B^2} \leq \zeta P_{\text{кр}}, \quad (16)$$

де  $P_{\text{кр}}$  – критичне радіальне навантаження із умови стійкості;  $\zeta$  – коефіцієнт.

12. За потужністю навивання:

$$N = \frac{\sigma_3 B^2 H}{4} \omega \leq N_{\text{вер}}, \quad (17)$$

де  $N$  – потужність верстата.

13. За зусиллям навивання

$$P = \frac{\delta_s H B^2}{K_p r} \leq P_{\text{підт}}, \quad (18)$$

де  $K_p$  – коефіцієнт плеча прикладання сили,  $K_p = 0,3 \dots 0,5$ .

14. За мінімальною кутовою швидкістю верстата

$$\omega \geq \omega_{\min}. \quad (19)$$

Згідно з прийнятими позначеннями запишемо умову задачі нелінійного програмування. Цільова функція буде:

$$F = \alpha_1 \frac{\pi \gamma (2x_1 x_3 + x_1^2) x_6}{L_{\text{дет}}} + \alpha_2 \frac{(x_6 - \Delta L)}{x_4 L_{\text{дет}} \sqrt{(x_1 + x_3) x_3}} + \alpha_3 \frac{k x_2 x_1^2 x_4 (x_6 - \Delta L) \left( \sigma_{\text{ТО}} + \Pi \ln \sqrt{\frac{x_3 + x_1}{x_3}} \right)}{L_{\text{дет}} \sqrt{(x_1 + x_3) x_3}} = \min. \quad (20)$$

Відповідно функції обмеження:

1.  $f_1 = x_1 - b_1 x_2 < 0$ ,
2.  $f_2 = x_3 + x_1 - \psi_{\text{доп}} x_3 \leq 0$ ,
3.  $f_3 = x_3^4 x_3 - x_2^4 (x_3 + x_1) \leq 0$ ,
4.  $f_4 = x_2 + \Delta H_{\min} - x_5 \leq 0$ ,
5.  $f_5 = x_4^2 (x_3 + x_1) x_3 - V_{\max}^2 \leq 0$ ,
6.  $f_6 = x_3 + x_1 - D'_d / 2 \leq 0$ ,
7.  $f_7 = c_7 x_3 (x_3 + x_1) - (x_6 - \Delta L) \leq 0$ ,
8.  $f_8 = c_8 x_3^3 (x_3 + x_1) - (x_6 - \Delta L)^4 \leq 0$ ,
9.  $f_9 = x_3 - d' / 2 \leq 0$ ,
10.  $f_{10} = c_{10} - x_1^2 x_2 \leq 0$ ,
11.  $f_{11} = x_2^6 (x_1 + 2x_3) - c_{11} x_1^3 \leq 0$ ,
12.  $f_{12} = x_1^2 x_2 x_4 - c_{12} \leq 0$ ,
13.  $f_{13} = x_1^2 x_2 - c_{13} x_{13} \leq 0$ ,
14.  $f_{14} = -x_4 + \omega_{\min} \leq 0$

$$\text{Тут } C_7 = (2\pi n_{\min})^2; \quad C_8 = (2\pi L_{\text{дет}})^4; \quad C_{10} = \frac{G \Delta M}{[\sigma]}; \quad C_{11} = \frac{P_{\text{кр}}}{\zeta}; \quad C_{12} = 4N_{\text{вер}} / \sigma_s;$$

$$C_{13} = P_{\text{підт}} / \sigma_s.$$

Використовуючи метод множників Лагранжа, складаємо функцію Лагранжа

$$\varphi = f_0 + \sum_{i=1}^{13} u_i f_i, \quad (22)$$

де  $u_i > 0$ .

Згідно з умовами Куна-Таккера цільову функцію мінімізуємо при  $d\varphi(x, u)/dx_j = 0$  та  $u_i f_i = 0$ .

Визначаємо часткові похідні цільової функції:

$$\frac{dF}{dx_1} = \frac{2\pi \alpha_1 \gamma x_6 (x_1 + x_3)}{L_{\text{дет}}} - \frac{\alpha_2 x_3 (x_6 - \Delta L)}{2L_{\text{дет}} \sqrt{x_3^3 (x_1 + x_3)^3}} +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\alpha_3 k x_2 x_4 (x_6 - \Delta L) \sigma_s}{L_{\text{дет}} \sqrt{x_3}} \left[ \frac{2x_1}{\sqrt{x_1 + x_3}} - \frac{x_1^2}{2\sqrt{(x_1 + x_3)^3}} \right], \\
& \frac{dF}{dx_2} = \frac{\alpha_3 k x_1^2 x_4 \sigma_s}{L_{\text{дет}} \sqrt{x_3 (x_1 + x_3)}}, \\
& \frac{dF}{dx_3} = \frac{2\pi \alpha_1 x_1 x_6}{L_{\text{дет}}} - \frac{\alpha_2 (x_1 + 2x_3)}{2L_{\text{дет}} \sqrt{(x_1 + x_3)^3 x_3^3}} - \frac{\alpha_3 k x_1^3 x_2 x_4 (x_6 - \Delta L) \sigma_s (x_1 + 2x_3)}{2L_{\text{дет}} \sqrt{(x_1 + x_3)^3 x_3^3}}, \quad (23) \\
& \frac{dF}{dx_4} = - \frac{\alpha_2 (x_6 - \Delta L)}{x_4^2 L_{\text{дет}} \sqrt{(x_1 + x_3) x_3}}, \\
& \frac{dF}{dx_5} = 0, \\
& \frac{dF}{dx_6} = \frac{\pi \alpha_1 \gamma (2x_1 x_3 + x_3^2)}{L_{\text{дет}}} + \frac{\alpha_2 / x_4 + \alpha_3 k x_1^2 x_2 x_4 \sigma_s}{L_{\text{дет}} \sqrt{(x_1 + x_3) x_3}},
\end{aligned}$$

$$\text{де } \sigma_s = \sigma_{\text{ТО}} + \Pi \ln \sqrt{\frac{r+B}{r}}.$$

Відповідно часткові похідні функції Лагранжа:

$$\begin{aligned}
& \frac{d\varphi}{dx_1} = \frac{df_0}{dx_1} + u_1 + u_2 - u_3 x_2^4 + u_5 x_4^2 x_3^3 + u_6 + u_7 c_7 x_3 - \\
& - 2u_{10} x_1 x_2 + u_{11} (x_2^6 - c_{11} x_1^3) + 2u_{12} x_1 x_2 x_4 + 2u_{13} x_1 x_2 = 0, \\
& \frac{d\varphi}{dx_2} = \frac{df_0}{dx_2} - u_1 b_1 - 4u_3 x_2^3 (x_3 + x_1) + u_4 - u_{10} x_1^2 + \\
& + 6u_{11} x_2^5 (x_1 + 2x_3) + u_{12} x_1^2 x_4 + u_{13} x_1^2 = 0, \\
& \frac{d\varphi}{dx_3} = \frac{df_0}{dx_3} + u_2 (1 - \psi_{\text{доп}}) + u_3 (x_5^4 - x_2^4) - u_5 x_4^2 (2x_3 + x_1) + u_6 + u_7 c_7 (2x_3 + x_1) + \\
& + u_8 c_8 (4x_3^3 + 3x_1 x_3^2) + u_9 + 2u_{11} x_2^6 - u_{13} c_{13} = 0, \\
& \frac{d\varphi}{dx_4} = \frac{df_0}{dx_4} + 2u_5 x_4 (x_3 + x_1) x_3 + u_{12} x_1^2 x_2 - u_{14} = 0, \\
& \frac{d\varphi}{dx_5} = \frac{df_0}{dx_5} + 4u_3 x_3 x_5^3 - u_4 = 0, \\
& \frac{d\varphi}{dx_6} = \frac{df_0}{dx_6} - u_7 - u_8 = 0.
\end{aligned} \quad (24)$$

Аналіз часткових похідних цільової змінної показує, що в межах зміни параметрів  $x_1, \dots, x_6$ , вони будуть:

$$\frac{dF}{dB} = \frac{dF}{dx_1} > 0; \quad \frac{dF}{dH} = \frac{dF}{dx_2} > 0; \quad \frac{dF}{dr} = \frac{dF}{dx_3} < 0; \quad \frac{dF}{d\omega} = \frac{dF}{dx_4} < 0; \quad \frac{dF}{dS} = \frac{dF}{dx_5} = 0; \quad \frac{dF}{dL_3} = \frac{dF}{dx_6} > 0.$$

Можливі розв'язки, які задовольняють умови Куна-Таккера та відповідно системи рівнянь можна звести до таких розрахункових схем.

Передусім шукають параметри  $x_1 = B$ ;  $x_2 = H$  та  $x_3 = r$ , які в системах можна виділити незалежно від інших параметрів:

1. Як показує практика, в більшості випадків визначальними є обмеження за коефіцієнтом нерівномірності (2) та за зусиллям навивання (13). Система для визначення граничних невідомих  $x_1, x_2, x_3$  включатиме також обмеження за стійкістю (1) [3]:

$$\begin{cases} f_2 = 0; \\ f_{13} = 0; \\ f_6 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - (\psi_{\text{доп}} - 1)x_3 = 0; \\ x_1^2 x_2 - c_{13} x_3 = 0; \\ x_1 - b_H x_2 = 0. \end{cases} \quad (25)$$

Розв'язком цієї системи є:

$$x_1 = B = \sqrt{\frac{b_H c_{13}}{\psi_{\text{доп}} - 1}}; \quad x_2 = H = \sqrt{\frac{c_{13}}{b_H (\psi_{\text{доп}} - 1)}}; \quad x_3 = r = \sqrt{b_H \left( \frac{c_{13}}{\psi_{\text{доп}} - 1} \right)^3}. \quad (26)$$

2. У випадку, коли діаметр заготовки є величиною чітко визначеною, то лімітуючим буде обмеження (6):

$$\begin{cases} x_1 + x_3 - \left( \frac{D + \delta_3}{2} \right) = 0; \\ x_1 + (\psi_{\text{доп}} - 1)x_3 = 0. \end{cases} \quad (27)$$

Звідси

$$x_1 = B = \frac{(\psi_{\text{доп}} - 1)(D + \delta_3)}{2\psi_{\text{доп}}}, \quad x_3 = r = \frac{D + \delta_3}{2\psi_{\text{доп}}}. \quad (28)$$

Товщина витків  $x_2 = H$  визначатиметься із одного з лімітуючих обмежень 1, 13, 11:

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{x_1}{b_H} = \frac{(\psi_{\text{доп}} - 1)(D + \delta_3)}{2b_H \psi_{\text{доп}}}, \\ x_2 &= \frac{c_{13} x_3}{x_1^2} = \frac{2c_{13} \psi_{\text{доп}}}{(\psi_{\text{доп}} - 1)(B + \delta_3)}, \\ x_2 &= \sqrt[6]{\frac{c_{11} x_1^3}{x_1 + 2x_3}} = \sqrt[6]{\frac{c_{11} (\psi_{\text{доп}} - 1)^3 (D + \delta_3)^2}{8(\psi_{\text{доп}} - 1)\psi_{\text{доп}}^2}}. \end{aligned} \quad (29)$$

3. Якщо лімітуючими є обмеження 1, 6 та 13, то параметри  $B, H, r$  визначають із системи

$$\begin{cases} x_1 - b_H x_2 = 0; \\ x_1 + x_3 = \frac{D + \delta_3}{2}; \\ x_1^2 x_2 - c_{13} x_3 = 0. \end{cases} \quad (30)$$

Розв'язок системи відносно  $x_1 = B$  приведе до рівняння

$$x_1^3 + c_{13} b_H x_1 - \frac{c_{13} b_H (D + \delta)}{2} = 0. \quad (31)$$

Ітераційний розв'язок рівняння

$$x_{1i} = \sqrt[3]{c_{13} b_H \left[ \left( \frac{D + \delta_3}{2} \right) - x_{1(i-1)} \right]}. \quad (32)$$

Використовуючи за попередньою ітерацією уже отримані залежності, можемо вивести наближену формулу для визначення  $x_1$  в цьому випадку:

$$x_1 = B = \sqrt[3]{\frac{c_{13} b_H (D + \delta_3)}{2 \psi_{\text{доп}}}}. \quad (33)$$

Відповідно

$$x_2 = H = \sqrt[3]{\frac{c_{13} (D + \delta_3)}{2 b_H^2 \psi_{\text{доп}}}}, \quad (34)$$

$$x_3 = r = \sqrt[3]{\frac{c_{13} b_H (D + \delta_3)}{2 \psi_{\text{доп}}}} + \frac{D + \delta_3}{2}. \quad (34)$$

4. У випадку, коли задані одночасно детерміновані розміри зовнішнього діаметра заготовки та діаметр оправи, то параметри  $x_1$ ,  $x_2$  та  $x_3$  визначаються із обмежень 1,6,9:

$$\begin{cases} x_1 - b_H x_2 = 0, \\ x_1 + x_3 - \frac{D + \delta_3}{2} = 0, \\ x_3 - \frac{d - \delta_d}{2} = 0. \end{cases} \quad (35)$$

Звідси

$$\begin{aligned} x_1 = B = D_0 - d + \delta_3 + \delta_d, \\ x_2 = H = \frac{B}{b_H} = \frac{D_0 - d + \delta_3 + \delta_d}{b_H}, \\ x_3 = r = \frac{d - \delta_d}{2}. \end{aligned} \quad (36)$$

Кутова швидкість оправи визначається із обмежень 5, 12 чи 14, з яких вибирається менше із розрахункових значень

$$\omega = \frac{V_{\text{max}}}{\sqrt{(r+B)r}}; \quad \omega = \frac{4N_{\text{вер}}}{\sigma_s B^2 H}; \quad \omega = \omega_{\text{min}}. \quad (37)$$

Подача притискного ролика вибирається відповідно до даних обмеження в діапазоні

$$H + \Delta H_{\text{min}} < S < H \sqrt[4]{(1+B/r)} \quad (38)$$

і може прийматись для крайнього верхнього значення для випадку стабільного процесу навивання і нижнього – при критичних значеннях  $b_H$  ( $B/H > 12$ ).

Довжина заготовки вибирається із умови 9

$$L_3 = \pi^4 \sqrt{\frac{r^3 (r+B)}{H}} L_{\text{лет}} + \Delta L_3. \quad (39)$$

Алгоритм визначення оптимальних параметрів технологічного процесу передбачає почерговий перебір розрахункових схем і перевірку обмежень (4) з подальшим переходом до розрахункової схеми, для якої обмеження, що не задовольняються, будуть лімітуючими.

1. Курницький Б.Я. Оптимизация вокруг нас. – Л., 1989. 2. Пилипець М.І., Гевко І.Б., Пік І.А., Дмитрів Д.В. Оптимізація робочого органа з пружним валом для гнучких гвинтових конвеєрів // Вісник НУ "Львівська політехніка" "Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні". – 2001. – № 1. 3. Гевко Б.М., Рогатынский Р.М. Винтовые подающие механизмы сельскохозяйственных машин. – Львов, 1989.